

文章编号: 1000-7598(2010)12-3697-07

颗粒材料的微观临界状态理论模型

秦建敏¹, 张洪武²

(1.大连大学 土木工程技术与开发中心, 辽宁 大连 116622;

2.大连理工大学 工业装备结构分析国家重点实验室, 辽宁 大连 116024)

摘要: 存在临界状态是颗粒材料的一个重要特性。基于孔隙胞元的颗粒离散元方法对二维颗粒体进行双轴加载数值试验, 在详细分析数值模拟结果的基础上, 从微观几何组构的角度揭示了临界状态的存在机制。基于剪胀性原理, 提出了以接触价键表征的微观临界状态理论模型, 得到了接触价键与塑性剪切应变的关系表达式, 理论模型的结果和二维离散元数值模拟得到的结果吻合较好。通过比较不同情况下数值结果和理论模型中的参数, 得到以下结论: 表征微观临界状态的参数(临界接触价键和达到临界状态所需要的塑性剪切应变)依赖于颗粒体的微观特性, 如颗粒形状、表面摩擦性质、颗粒体的围压和初始孔隙比。

关键词: 颗粒材料; 微观临界状态; 接触价键; 微观变形力学机制; 孔隙胞元

中图分类号: TU 411; O 242.2

文献标识码: A

Microscopic theoretical model of critical state for granular materials

QIN Jian-min¹, ZHANG Hong-wu²

(1. Research and Development Center of the Civil Engineering Technology, Dalian University, Dalian, Liaoning 116622, China;

2. State Key Laboratory of Structural Analysis for Industrial Equipment, Dalian University of Technology, Dalian, Liaoning 116024, China)

Abstract: Critical state is an important phenomenon exhibited in granular materials. Numerical simulations of two-dimensional particulate arrays are carried out using granular discrete element method based on void cells. The numerical simulation results are analyzed in detail to reveal the critical state from the viewpoint of microscopic geometric fabric. Based on the dilatancy of granular materials the micromechanical theoretical model of critical state in terms of valence is proposed. An implicit relationship between valence and plastic shear strain is obtained. The solution of the theoretical model confirms well with the numerical results. The important conclusion is drawn as follows: the parameters related to the microscopic theoretical model, including the critical valence and the plastic shear strain corresponding to critical state, are dependent on the microscopic properties such as the particle shape, surface friction, the consolidation stress and the initial void ratio of the granular assembly.

Key words: granular materials; microscopic critical state; valence; micromechanical deformation mechanism; void cell

1 引言

颗粒材料在加载过程中表现出极其复杂的力学行为, 存在临界状态是颗粒材料的一个重要性质^[1]。以砂土为例, 临界状态描述的是: 对于给定的砂土试样, 当剪切变形达到一定程度时, 砂土会达到一个极限孔隙比(也叫临界孔隙比), 此时砂土试样的体积不再随加载过程发生改变, 这个临界孔隙比的值与初始孔隙比无关。Schofield 和 Wroth 在临界状态土力学一书中指出, 临界状态不受初始孔隙比的影响, 已经作为基本原理应用于颗粒材料的本构方

程中, 克服了以前将松、密砂土视为不同介质的缺点^[2]。近年来, 临界状态的概念也被引入到超塑性理论中^[3-4]。试验研究表明, 临界孔隙比可以作为表征颗粒材料的临界状态参数, 但它依赖于很多参数, 如三轴试验中施加的围压以及加载路径等^[5]。

虽然临界状态的概念已经建立了相当长的时间, 但到目前为止, 大多数文献仍然维持在对临界状态进行宏观描述的层面上。很少有学者从颗粒材料微观组构的角度, 对临界状态开展相关的理论研究。目前见诸于报道的只有 Rothenburg 和 Krut 的工作^[6], 他们提出用配位数(每个颗粒周围的接触

收稿日期: 2009-12-01

基金项目: 国家自然科学基金(No.10802014, No.50679013, No.10772041); 长江学者和创新团队发展计划以及国家基础性发展规划项目(No. 2005CB321704)。

第一作者简介: 秦建敏, 女, 1979年生, 博士, 讲师, 主要从事计算力学与岩土力学等方面的研究工作。E-mail: qinjm@mail.dlut.edu.cn.

数)来表征颗粒材料的微观临界状态,并研究了颗粒表面摩擦系数对临界配位数(达到临界状态时的配位数)的影响。但在文献[6]中作者假设配位数的改变是与总应变相联系的,而根据颗粒材料的微观力学机制,在弹性变形阶段颗粒之间的接触状态不会发生改变,即原有的接触对不会破裂,也没有新接触对的生成,所以配位数不会发生变化。因此,文献[6]在理论推导过程中的基本假设是不合理的。而且,以配位数作为表征参数只是对基于粒子法的离散元方法有效,当采用基于孔隙胞元的离散元方法来计算颗粒体的微观变形时,就不能以配位数作为有效表征微观组构变化的参数。笔者提出以接触价键(每个孔隙胞元的边数)来表征微观临界状态,并分析了单个颗粒的形状、表面性质以及颗粒体的固结压力对颗粒体的宏观、微观力学响应的影响^[7]。但文献[7]的工作只是从数值结果上进行了分析,非常有必要对临界状态开展进一步的研究工作。

本文将针对基于孔隙胞元法的颗粒离散元法,对二维颗粒体进行双轴压缩试验。从颗粒材料的剪胀性出发,深入分析其微观变形力学机制,推导基于接触价键的微观临界状态理论模型。在此基础上,进一步分析颗粒体的初始孔隙比、围压、单个颗粒的形状、表面性质对微观临界状态的影响。

2 颗粒离散元数值模拟

颗粒材料的变形是由每个颗粒的运动引起的。计算颗粒体内小尺度变形的有两种方法:一种是基于粒子链的方法,颗粒体内部的变形被看作是粒子链的拉伸和剪切共同作用的结果,微观组构的变化以配位数和颗粒间接触对的方向来表征。这种方法最初被应用于应力膨胀性的研究中^[8],后来 Horne^[9]和 Oda^[10]发展了该理论,认为颗粒体的变形引起相邻粒子支链(相邻颗粒质心的连线)的压缩或拉长;另一种方法是近年来发展起来的基于孔隙胞元的方法,这种方法要求把颗粒体分成互不重叠的子区域,这样颗粒体的局部变形可以通过每个子区域来计算。在第2种方法中,微观组构的变化以接触价键和孔隙比来表征。本文采用基于孔隙胞元的颗粒离散元方法,计算微观尺度上颗粒体的速度梯度,每个孔隙胞元的变形通过周围颗粒的相对运动来计算,用虚功原理扩展平衡方程,将离散系统中的变形与连续体中的相应变形联系起来,计算颗粒体的平均应力,具体公式同文献[7]。

二维颗粒体的微观拓扑结构可以由颗粒(顶点)、接触(边)和孔隙胞元(面)构成,如图1

所示。单个孔隙胞元如图中阴影所示,以 S_1 、 S_2 和 S_3 表示的孔隙胞元的接触价键分别为3、4和5。对于有周期性边界的颗粒体,孔隙胞元个数 S 、接触数 U 和颗粒数 P 之间的关系可以通过粒子图的Euler形式表示:

$$S - U + P = 0 \quad (1)$$

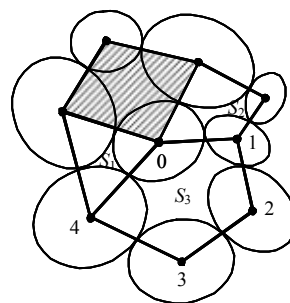


图1 接触颗粒和对应的孔隙胞元

Fig.1 Particles in contact and the corresponding void cell

本文采用1 000个随机排列的颗粒进行双轴压缩数值试验,研究颗粒材料的宏观、微观力学响应。在双轴加载过程中,颗粒体模型的高度以恒定的速度减小,采用伺服应力控制原理使水平应力 σ_{11} 保持为常数。颗粒粒径在 $(0.45 \sim 1.4)d_{50}$ 之间随机分布,其中 d_{50} 为颗粒体的中值粒径。对卵圆形颗粒,粒径为颗粒的高、宽的平均值(高宽比的取值为 $0.6 \sim 1.0$),不均匀系数 $C_u = 1.69$ 。其中,围压采用无量纲的值 σ_l/k_n 表示, l 为颗粒体的单位长度, k_n 为法向接触刚度,切向接触刚度与法向接触刚度的比值 $k_t/k_n = 0.5$ 。颗粒体的初始状态为随机、各向同性的,四周采用周期性边界条件,以消除边界的影响。

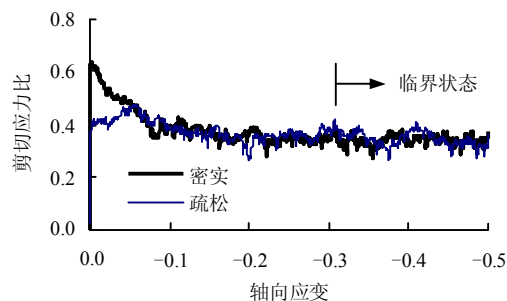
为了表征颗粒体的宏观应力、应变响应,对文中各个变量说明如下:

$$\left. \begin{aligned} p &= (\sigma_{11} + \sigma_{22})/2 \\ q &= (\sigma_{22} - \sigma_{11})/2 \\ \varepsilon_v &= \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} \\ \gamma &= \varepsilon_{22} - \varepsilon_{11} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

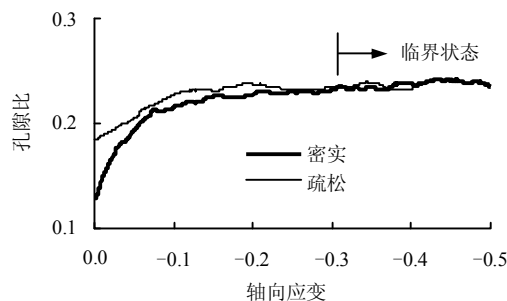
式中: p 、 q 分别为平均应力和剪切应力; σ_{ij} 、 ε_{ij} 分别为柯西应力张量和应变张量; γ 、 ε_v 分别为剪切应变和体积应变。

图2给出了摩擦系数 $\mu = 0.5$ 时排列致密和排列疏松的卵圆颗粒体在双轴加载过程中剪切应力比 q/p 、孔隙比的变化过程。从剪切应力比与轴向应变曲线图2(a)中可以看出,排列致密的颗粒体在加

载过程中分为几个阶段: 在加载的初期 (轴向应变小于 0.025% 时), 颗粒体的力学性能接近于弹性; 随着加载的进行, 应力比逐渐增大, 达到峰值后发生软化, 软化现象的发生是由于密实颗粒之间有咬合力, 剪切过程中咬合力被破坏, 导致强度降低; 随着加载的进一步进行, 应力比达到稳定状态保持不变。排列致密的颗粒体最大剪切应力比大于排列疏松颗粒体的值, 但两者在临界状态的值是相同的。具有不同初始孔隙比的颗粒体, 在变形较大时也达到相同的孔隙比, 并且孔隙比值保持不变。这也证实了颗粒材料中存在临界状态中的现象, 即在临界状态, 排列致密和排列疏松的颗粒体有相同的强度和孔隙比, 临界强度和临界孔隙比与初始孔隙比无关。



(a) 剪切应力比-轴向应变曲线



(b) 孔隙比-轴向应变曲线

图 2 剪切应力比和孔隙比随轴向应变的变化 ($\mu=0.5$)

Fig.2 Curves of shear stress ratio or void ratio versus axial strain ($\mu=0.5$)

在双轴加载试验中, 纵向压缩变形和横向膨胀变形共同作用, 引起孔隙胞元形状 (接触价键、孔隙胞元的大小、个数) 的变化。图 3 给出了接触价键随加载过程中的变化。从图中可以看出, 在加载的初始阶段, 接触价键的值先是有微小的下降, 然后一直呈持续增长趋势, 直到达到临界状态, 保持不变。当达到临界状态时, 致密和疏松颗粒体的接触价键是相同的。这从微观组构参数上反映了颗粒体的临界状态不受初始孔隙比的影响。

图 4 给出了排列致密的颗粒体在双轴试验过程中孔隙胞元个数随着变形过程中的变化。从图中可

以看出, 在加载的初始阶段, 孔隙胞元的数目减小, 直到达到稳定阶段。因此, 表征孔隙胞元形状的孔隙比、孔隙胞元的数目以及接触价键在变形较大时, 均趋于一个稳定值。

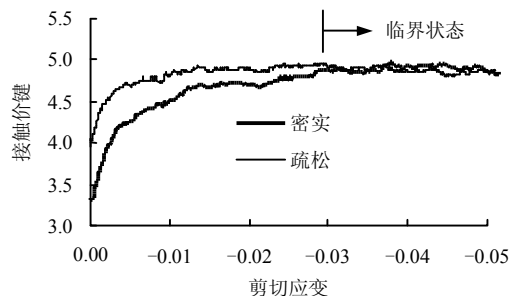


图 3 接触价键随剪切变形的变化

Fig.3 Curves of valence versus shear strain

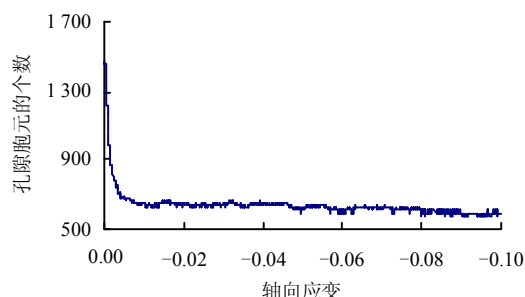


图 4 孔隙胞元的个数随加载过程的变化

Fig.4 Curve of number of void versus axial strain

通过以上基于离散元数值模拟的分析可以得到几点认识: 首先, 平均接触价键可以用来表征微观临界状态, 这提供了一种可以利用孔隙胞元的离散元方法从微观角度研究临界状态的手段; 其次, 由孔隙胞元构成的颗粒体内部结构对内部接触力的传递起到了重要作用, 进一步影响了颗粒材料的平均应力; 最后, 颗粒集合体的临界状态是其内部微观参量变化在平均意义上的一种体现。

3 微观临界状态理论模型

在双轴加载过程中, 由于颗粒体在水平方向上持续膨胀, 使颗粒体中水平方向的相邻颗粒和接触数变少, 进而导致孔隙胞元在压缩方向上变大、变长, 接触颗粒在近似平行于大主应力的方向 (纵向压缩方向) 上形成柱状结构。局部孔隙胞元的破坏和新孔隙胞元的形成, 解释了颗粒材料在双轴加载试验过程中的微观变形机制, 而接触对的破裂和新接触对的形成是引起内部结构变化的主要因素。由于在加载过程中, 有效承力的颗粒个数几乎不变, 可以用每个颗粒的接触数来衡量颗粒体内接触对个数的变化。

在双轴加载过程中有两个主应变：一个是横向的拉伸应变，另一个是竖向的压缩应变。横向的拉伸变形导致颗粒体内部接触对的破裂，从而引起颗粒体结构的不稳定；同时，竖向的压缩变形促使新的接触对形成，以保证结构又达到新的稳定状态。由颗粒材料的微观力学机制可知，只有当颗粒的接触状态不发生改变并且颗粒间没有滑动时，颗粒体的变形才处于弹性阶段。也就是说，颗粒接触对的生成和破裂总是伴随着塑性变形的，因此，本文在考虑宏观变形引起内部几何结构变化时，只考虑塑性应变部分的贡献。基于文献[6]，在以下的讨论中，将接触对破坏和新接触对形成看作两个独立的过程，把两个主应变在压缩、拉伸方向的塑性应变分开来考虑。

假设在变形增量中，新生成的接触对个数和破裂的接触对个数分别表示为

$$dU^+ = -\alpha d\varepsilon_2^p \quad (3)$$

$$dU^- = \beta d\varepsilon_1^p \quad (4)$$

式中： dU^+ 、 dU^- 都是正数。由于在本文离散元程序中规定压缩应力、压缩应变为负，所以在式(3)中有负号； α 、 β 为相应的比例系数，分别是原有接触对脱离和新接触形成的概率，这两个函数都反映了宏观塑性应变 $d\varepsilon^p$ 是怎样转化为内部位移的。在双轴压缩试验中，体积应变增量、剪切应变增量的塑性部分以及二者之间的关系可表示为

$$\left. \begin{aligned} d\varepsilon_v^p &= d\varepsilon_2^p + d\varepsilon_1^p \\ d\gamma^p &= d\varepsilon_2^p - d\varepsilon_1^p \\ d\varepsilon_v^p &= -D d\gamma^p \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中： D 为膨胀率。

由式(5)可以得到

$$\left. \begin{aligned} d\varepsilon_2^p &= \frac{1}{2}(1-D)d\gamma^p \\ d\varepsilon_1^p &= -\frac{1}{2}(1+D)d\gamma^p \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

将式(6)代入式(3)、(4)，可以得到

$$\left. \begin{aligned} dU^+ &= -\alpha \frac{1}{2}(1-D)d\gamma^p \\ dU^- &= -\beta \frac{1}{2}(1+D)d\gamma^p \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

当剪切变形达到一定的值时，颗粒体达到稳定态，颗粒体的体积不再改变，此时有 $D=0$ ，而接

触个数保持常数，即

$$dU = dU^+ - dU^- = -\alpha \frac{1}{2}d\gamma^p + \beta \frac{1}{2}d\gamma^p = 0 \quad (8)$$

由此可以得到， $\alpha = \beta$ 。因此，接触个数增量可以表示为

$$dU = dU^+ - dU^- = \alpha D d\gamma^p \quad (9)$$

根据式(1)，可以得到接触数和接触价键的关系为

$$U = \frac{2P}{Z-2} \quad (10)$$

式中： $Z = 2U/S$ ，为接触价键； P 为颗粒体的颗粒个数，为常数。

假设 D 是接触价键 Z 的函数，可以表示为 $D = D(Z)$ 。由于当颗粒体达到临界状态时，膨胀率为 0，所以有 $D(Z_c) = 0$ 成立，其中 Z_c 是临界接触价键的值。将 $D(Z)$ 在 Z_c 附近进行泰勒展开，只保留第一项，可以得到

$$D(Z) = k(Z - Z_c) \quad (11)$$

式中： k 为常数。

对于式(8)中参数 α 和 β 的确定，根据不同初始排列的颗粒体的 DEM 计算结果，分别进行讨论。对于排列最紧密的情况，即初始接触价键 $Z_0 = 3$ 时，平均接触价键随着塑性剪切应变的变化如图 5 所示。在初始加载阶段，颗粒体的内部结构非常稳定，平均接触价键一直保持在 3 左右，内部接触不发生破坏，也没有新的接触生成，因此， α 和 β 均为 0。当剪切应变大于 1.235% 时，数值结果显示颗粒体内部结构发生剧烈的变化，颗粒排列从图 6(a) 的正六边形排列转变为图 6(b) 的四边形排列。在很小的变形内，平均接触价键由 3 变为 4。在这个小变形阶段内，接触对破裂的比例系数非常大。

除了排列最紧密 ($Z_0 = 3$) 的情况，我们还发现加载过程中，当排列致密时，颗粒体内部接触对

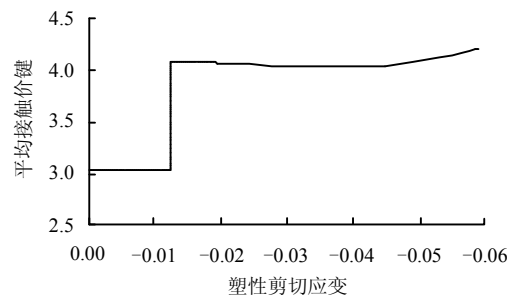


图 5 $Z_0=3$ 时的接触价键变化过程

Fig.5 The evolution of the average valence versus plastic shear strain when $Z_0=3$

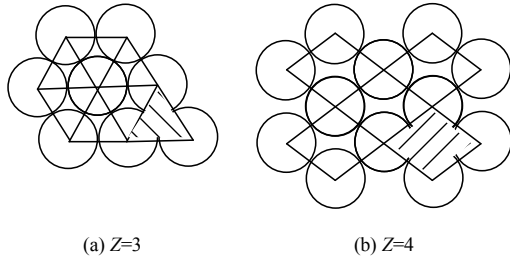


图 6 等径规则排列的颗粒体
Fig.6 Regular granular assemblies
with equal sized particle

破裂的几率比较大, 因此, α 不可能是一个常数, 而是与加载过程中的内部结构密切相关。考虑到颗粒体内部的微观结构可以通过接触价键来描述, 因此, 将 α 表示成接触价键的函数, 即 $\alpha = \alpha(Z)$ 。在加载过程中, 接触价键最小时 α 取最大值。

结合以上对颗粒体最致密排列 (即 $Z_0 = 3$) 的分析, α 可以表示成如下的分段函数:

$$\left. \begin{aligned} \alpha(Z) &= 0, \text{ 当 } Z = Z_{\min} \\ \alpha(Z) &\propto \frac{1}{Z - Z_{\min}}, \text{ 当 } Z > Z_{\min} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

式 (12) 中 “ $\propto$ ” 表示成正比。

将式 (10) ~ (12) 代入式 (9), 得到

$$\left. \begin{aligned} \frac{dZ}{d\gamma^p} &= 0, \text{ 当 } Z = Z_{\min} \\ \frac{dZ}{d\gamma^p} &= \frac{c}{8} \frac{(Z - Z_c)(Z - 2)^2}{Z - Z_{\min}}, \text{ 当 } Z > Z_{\min} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

式中: c 为常数, 不依赖于塑性剪切应变而变化。

从式 (13) 中可以看到, 当 $Z \rightarrow Z_{\min}$ 时, 接触价键随着塑性剪切变形的变化曲线的斜率趋向于无穷大, 这与图 5 中给出的离散元数值结果相符。式 (13) 给出了接触价键和塑性剪切应变的隐式关系, 在给定初始接触价键的情况下, 求解微分方程式 (13), 即可得到接触价键随塑性剪切应变的演化过程。

4 结果分析

图 3 的离散元数值结果 (对应 $Z_{\min} < Z < Z_c$ 的情况) 已经给出, 接触价键与轴向应变的关系不是单调变化的: 在变形的初始阶段, 接触价键先有一段微小的下降, 然后才呈上升趋势, 演化曲线有一个拐点存在。而在式 (13) 中, 当 $Z_{\min} < Z < Z_c$ 时, 接触价键是关于塑性剪切应变的单调函数。为了与式 (13) 的结果进行比较, 在分析离散元数值试验

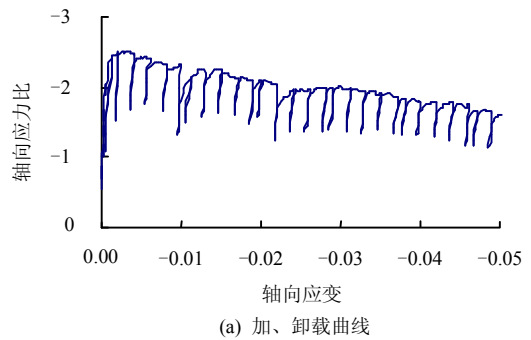
结果时, 也需要给出接触价键与塑性剪切应变的关系。为了确定塑性变形部分, 对所研究的颗粒体做加载、卸载试验, 同加载过程相同, 卸载试验中也保持 σ_{11} 为常数。两个方向的弹性应变可以通过卸载路径上的积分得到, 即

$$\left. \begin{aligned} e_2 &= \frac{\int d\sigma_2}{E} \\ e_1 &= -\frac{\int \nu d\sigma_2}{E} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

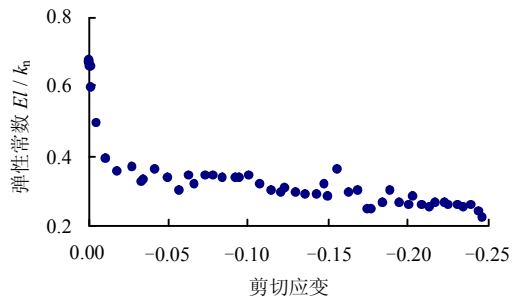
因为在双轴加载试验中, 水平方向的应力保持不变, 所以水平方向的弹性模量和相应的泊松比在增量响应中可以不予考虑。压缩方向的弹性模量 E 和泊松比 ν , 可以通过卸载曲线初始阶段的斜率来确定, 即

$$\left. \begin{aligned} E &= \frac{d\sigma_2}{d\varepsilon_2} \\ \nu &= -\frac{d\varepsilon_1}{d\varepsilon_2} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

图 7 给出了摩擦系数 $\mu = 0.5$ 时排列致密的卵圆形颗粒体的加、卸载应力比 (σ_{22}/σ_{11}) 与应变关系曲线和在各个卸载阶段的弹性常数。从图中可以看出, 无量纲的弹性模量 (以 Ed_{50}/k_n 表示) 在加载初始阶段有微小的提高 (0.666~0.669), 然后开始减小。存在这种现象的原因是, 在初始变形阶段, 压缩方向的接触数比水平方向有所增多, 接触各向



(a) 加、卸载曲线



(b) 弹性常数

图 7 排列致密卵圆形颗粒体的加载、卸载曲线和弹性常数
Fig.7 Loading-unloading curves of elastic constant vs. shear strain for dense oval assembly

异性提高;随后的弹性模量下降是由于水平方向的持续膨胀,孔隙比增大,导致接触数目减少。由式(14)得到变形的弹性部分,总应变减去弹性应变即可得到两个方向上的塑性应变。

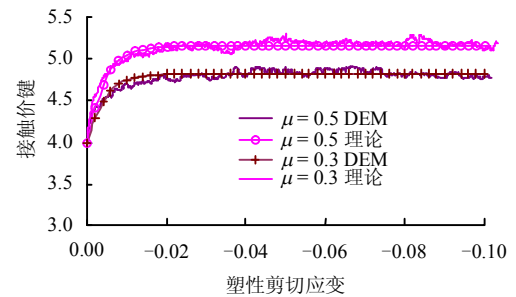
为了验证理论模型式(13)的结果,本论文进行了一系列二维离散元数值模拟。数值计算中,考虑了不同初始孔隙比、表面摩擦性质、颗粒形状、围压对颗粒体接触价键的影响,并进一步给出了不同情况下理论模型中 c 的取值情况,比较了微观参数对 c 值的影响。

图8给出了通过式(13)和离散元数值模拟得到的接触价键随塑性剪切应变的变化过程。从图中可以看出,对应不同摩擦系数、颗粒形状、围压、初始孔隙比的情况,接触价键变化过程都存在类似的趋势:随着压缩过程的进行,接触价键数目逐渐增大,直到达到稳定态,接触价键的值保持不变,即得到临界接触价键。各组颗粒体试样的参数以及理论模型中的 c 值、临界接触价键 Z_c 的值可参见表1。在以上所有的情况中,由理论模型式(13)和离散元数值试验得到的结果都吻合较好。

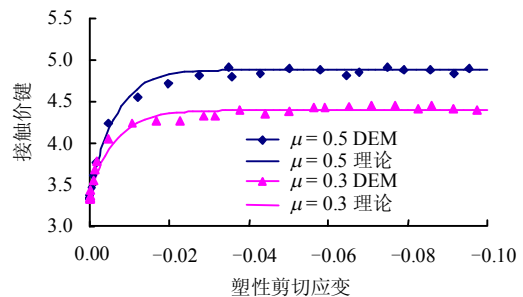
式(13)给出的理论模型不是惟一的,因为式中的参数 Z_c 和 c 依赖于颗粒体的性质。比较表1中的临界接触价键 Z_c 的值可以发现,临界接触价键不依赖于颗粒体的初始孔隙比,但与颗粒形状、表面摩擦性质以及颗粒体的围压有关。可以看到,圆形的临界接触价键数高于卵圆形颗粒的;围压越小、摩擦系数越大,临界接触价键越大。而接触价键可以反映出颗粒体的内在稳定性条件,因此,可以得出结论:在临界状态时,内部稳定性与颗粒形状、表面摩擦性质和颗粒体的围压有关。

比较表1中的 c 值,并结合图8中平均接触价键的变化过程可以发现,当达到临界状态时的塑性剪切应变(以 γ_c 表示)越大,对应的 c 值也越小。比较表1中各种颗粒体样本的 c 值发现,排列越疏松、围压越小, c 值就越大;圆形颗粒体比卵圆形颗粒体的 c 值大。因此,可以得出结论,在其他条件相同的情况下,大孔隙比、小围压、颗粒体为圆形时,当颗粒体达到临界状态时,对应的塑性剪切应变较小。在本文中的加载条件($\sigma l/k_n = 1 \times 10^{-4}$)下, c 的取值都在几百的量级上。

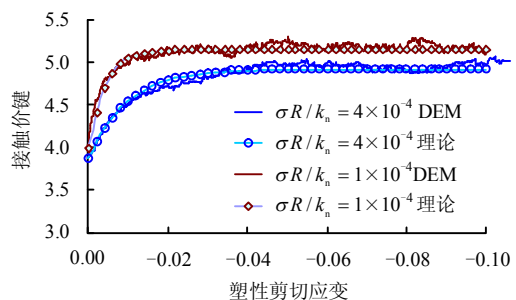
对于初始排列是正六边形排列(图6(a))时的情形,理论模型和离散元得到的数值结果比较如图9所示,两者较为吻合。值得注意的是,当接触价键接近于3时,式(13)中的常数 c 需要取值很大才能与曲线斜率无穷大相匹配。



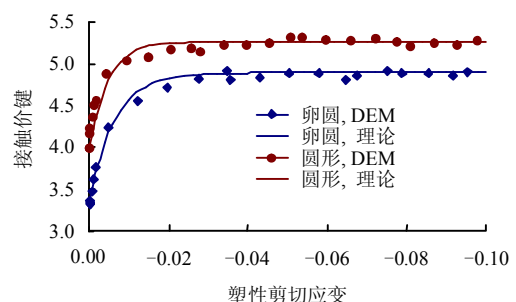
(a) 圆形颗粒体不同摩擦系数



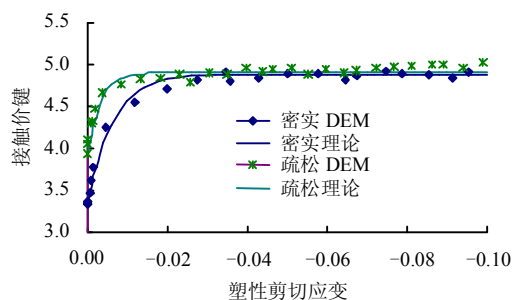
(b) 卵圆形颗粒体不同摩擦系数



(c) 圆形颗粒体不同围压



(d) 不同颗粒形状



(e) 卵圆形颗粒体不同初始孔隙比

图8 理论接触价键与离散元数值模拟的比较

Fig. 8 Comparisons of the valence between the theoretical and numerical results

表 1 颗粒体试样的参数以及理论模型中的 c 、 Z_c 值
Table 1 The parameters of the granular specimens
and the value of c , Z_c in the theoretical model

颗粒体形态	e	$\frac{\sigma_l}{k_n}/10^{-4}$	μ	Z_0	Z_c	c
密实、圆形	0.12	4	0.5	3.876	4.919	200
密实、圆形	0.12	1	0.5	3.989	5.152	450
密实、圆形	0.12	1	0.3	3.989	4.825	450
密实、卵圆	0.12	1	0.3	3.341	4.409	300
密实、卵圆	0.12	1	0.5	3.341	4.906	300
疏松、卵圆	0.18	1	0.5	3.989	4.906	600

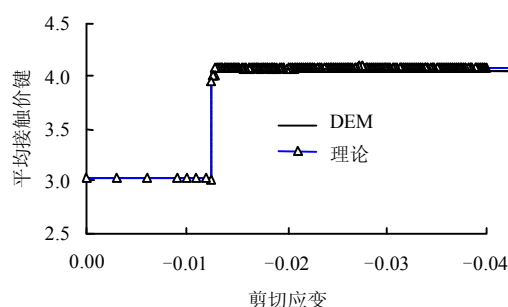


图 9 理论接触价键与离散元数值模拟的比较 ($Z_0=3$)

Fig.9 Comparisons of the valence between the theoretical and numerical results with $Z_0=3$

5 结 语

从颗粒材料的剪胀性出发,深入分析了颗粒材料的微观变形力学机制,提出了基于接触价键的微观临界状态理论模型,得到了接触价键和塑性剪切应变之间的隐式关系式,理论结果与离散元数值模拟的结果符合良好。接触价键演化过程的理论模型与系数 c 和临界接触价键 Z_c 密切相关。 c 值的大小决定了颗粒体达到临界状态时的塑性剪切应变, c 值越大,达到临界状态时对应的塑性剪切应变越小。对应于排列疏松、围压较小、颗粒形状为圆形的颗粒体,达到临界状态时对应的塑性剪切应变较小。临界接触价键 Z_c 的值不依赖于初始孔隙比,但是与颗粒形状、表面摩擦性质、围压有关。圆形颗粒的临界接触价键大于卵圆形颗粒的,围压越小、摩擦系数越大, Z_c 越大。

参 考 文 献

- [1] CASAGRANDE A. Characteristics of cohesionless soils affecting the stability of slopes and earth fills[J]. **Journal of the Boston Society of Civil Engineers**, 1936, 23: 257—276.
- [2] SCHOFIELD A N, WROTH P. Critical state soil mechanics[M]. London: McGraw Hill, 1968.
- [3] WU W, BAUER E, KOLYMBAS D. Hypoplastic constitutive model with critical state for granular materials[J]. **Mechanics of Materials**, 1996, 23: 45—69.
- [4] GUDEHUS G. A comprehensive constitutive equation for granular materials[J]. **Soils and Foundations**, 1996, 36(1): 1—12.
- [5] BEEN K, JEFFERIES M G, HACHEY J. The critical state of sands[J]. **Geotechnique**, 1991, 41: 365—381.
- [6] ROTHENBURG L, KRUYT N P. Critical state and evolution of coordination number in simulated granular materials[J]. **International Journal of Solids and Structures**, 2004, 41: 5763—5774.
- [7] 张洪武, 秦建敏. 基于接触价键的颗粒材料微观临界状态[J]. **岩土力学**, 2008, 29(4): 865—870.
ZHANG Hong-wu, QIN Jian-min. Microscopic critical state based on valence of granular materials[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2008, 29 (4): 865—870.
- [8] ROWE P W. The stress-dilatancy relation for static equilibrium of an assembly of particles in contact[J]. **Proceedings of the Royal Society of London (Series A): Mathematical and Physical Sciences**, 1962, 269(1339): 500—527.
- [9] HORNE M R. The behaviour of an assembly of rotund, rigid cohesionless particles, part 2[J]. **Proceedings of the Royal Society of London (Series A): Mathematical and Physical Sciences**, 1965, 286(1404): 79—97.
- [10] ODA M. On stress-dilatancy relation of sand in simple shear test[J]. **Soils and Foundations**, 1975, 15 (2): 17—29.